

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici

5 luglio 2024

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (\mu^2 + x^2 - 2x)(\mu^2 + x^2 + 2x)(\mu - x)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$ del sistema dinamico discreto dato da

$$x_{h+1} = \frac{k + x_h^2}{k + x_h}.$$

Nel caso $k = -2$ si dica se esiste un 2-ciclo.

3. Discutere la stabilità della soluzione nulla

$$\begin{cases} \dot{x} = -(k-1)x + y^3 \\ \dot{y} = (k-1)x - ky^3 \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

4. Si discuta la stabilità del sistema lineare

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha x + y \\ \dot{y} = (1-\alpha)x + y \end{cases}$$

evidenziandone fuochi, nodi, selle, centri.

Nel caso $\alpha = 1$ se ne trovi la soluzione esplicita al variare delle condizioni iniziali (x_0, y_0) .