

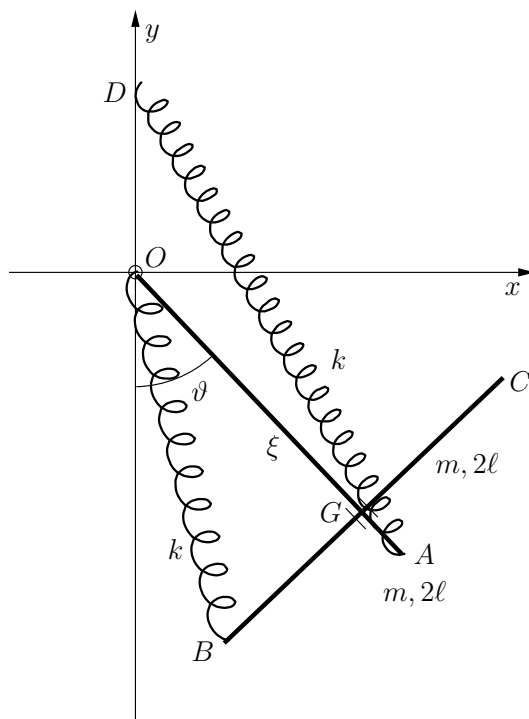
UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE
Prova scritta di Meccanica Analitica - 6 settembre 2024

I) Un sistema meccanico piano è formato da due aste omogenee, entrambe di massa m e lunghezza 2ℓ . L'asta OA è libera di ruotare attorno al suo estremo fisso O , centrato in un riferimento cartesiano ortogonale Oxy , e su tale asta scorre il centro G di una seconda asta BC uguale alla prima e che resta sempre ortogonale a OA , come in figura.

Su tutto il sistema agisce la forza peso; sull'estremo B agisce una forza elastica di coefficiente $k > 0$ e polo l'origine; sull'estremo A agisce un'altra forza elastica di coefficiente $k > 0$ e polo il punto $D(0; \ell)$.

Supposti i vincoli lisci e posto $\lambda = \frac{mg}{k\ell}$, si chiede di:

1. trovare le posizioni di equilibrio ordinarie del sistema;
2. discuterne la stabilità in funzione di λ ;
3. trovare le eventuali posizioni di equilibrio di confine;
4. determinare l'energia cinetica del sistema e la sua matrice \mathbb{K} .



II) Determinare per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la trasformazione

$$\begin{cases} Q(q, p) = q^3 - 2p \\ P(q, p) = kq \end{cases}$$

è canonica e trovarne una funzione generatrice del tipo $F_1(q, Q)$.

Nel caso in cui si abbia l'hamiltoniana $\mathcal{H}(q, p) = \frac{p^2}{2} - q^3$, qual è l'espressione di $\tilde{\mathcal{H}}(Q, P)$?

Durata della prova: 90 minuti. Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome su tutti i fogli e la matricola sulla prima facciata.