

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici

6 settembre 2024

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (\mu - 4)(x^2 - \mu)(x - \mu + 2)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$ del sistema dinamico discreto dato da

$$x_{h+1} = \frac{x_h + kx_h - k}{x_h}.$$

Nel caso $k = -1$ si dica se esiste un 2-ciclo.

3. Discutere la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + xy + ky \\ \dot{y} = x - xy - y \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, $k \neq 1$.

Domanda difficile: che cosa succede nel caso $k = 1$?

4. Si discuta la stabilità del sistema lineare

$$\begin{cases} \dot{x} = x + ky \\ \dot{y} = 2x + (k - 1)y \end{cases}$$

evidenziandone fuochi, nodi, selle, centri.

Nel caso $k = 1$ se ne trovi la soluzione esplicita al variare delle condizioni iniziali (x_0, y_0) .