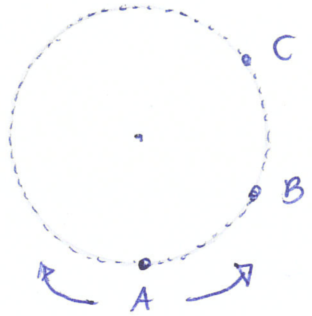
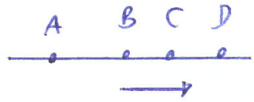
★ IV Esiste un ordine "circolare"

primo elemento



in una forma di prima specie, con due "versi" tale che, fissato un primo elemento A



- dati B e C, uno dei due precede l'altro
- se B precede C, C precede D, allora B precede D
- tra B e C esistono infiniti elementi
- non esiste un ultimo elemento

Segmento BC : i pti tra B e C (B, C esclusi)

$\overline{BC}$: estremi inclusi

★ V

correla il "movimento" su due forme prospettive

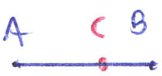
Se due forme sono prospettive ed un elemento si muove sull'una descrivendo un segmento, anche l'elemento corrispondente descrive un segmento

★ gli assiomi I – V sono detti assiomi grafici. Non entrano in gioco considerazioni metriche

|| le proprietà grafiche hanno carattere proiettivo, ovvero, sono invarianti per proiezioni e sezioni

★ VI Assioma di continuità (alla Dedekind)

Se un segmento ordinato AB di una forma di prima specie è diviso in due parti in modo che



- ogni elemento di $\overline{AB}$ (il segmento compresi A e B) appartiene ad una delle due parti
- A appartiene alla prima parte, B alla seconda
- un qualsiasi elemento della prima parte precede tutti gli elementi della seconda

XXII-9

|| allora esiste $C \in \overline{AB}$ necessariamente unico, e attribuibile ad una delle parti t.c. che ogni elemento che precede C appartiene alla prima parte e ogni elemento che lo segue appartiene alla seconda parte

Sussiste la

★ <u>Legge di dualità nello spazio</u> ("metateorema")
(Gergonne)

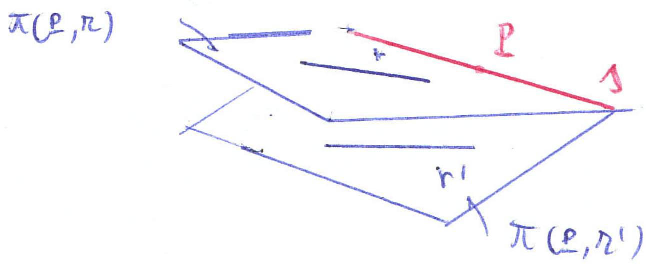
Ad ogni <u>teorema</u> dedotto da I – V corrisponde un teorema correlativo (<u>duale</u>, o reciproco) ottenuto <u>scambiando</u> le parole <u>punto</u> e <u>piano</u> e lasciando <u>inalterata</u> la parola <u>retta</u>, e le operazioni di <u>proiezione</u> e <u>sezione</u>

La dualità non riguarda proprietà metriche

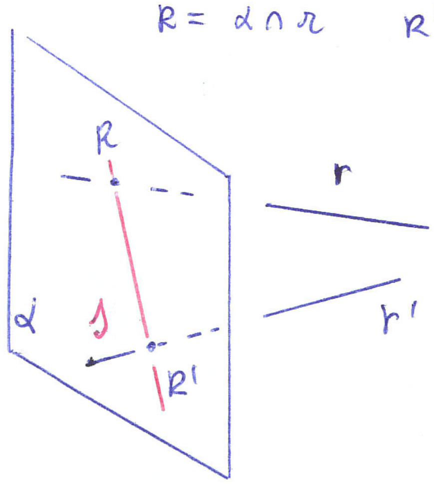
Esempio

Siano r, r' sghembe, $P \notin r$, $P \notin r'$. Esiste una retta (ed una sola) per P che si appoggia alle altre due	Siano r e r' sghembe, $\alpha \not\supset r$, $\alpha \not\supset r'$. Esiste una (e una sola) retta $s \subset \alpha$ incidente le altre due

<u>Dim.</u> Proiettiamo le due rette da P, ottenendo piani $\pi(P,r)$ e $\pi'(P,r')$ che si intersecano nella retta richiesta s:
r e s sono complanari e così r' ed s, e sono pertanto incidenti



<u>Dim</u> La retta cercata è $s = RR'$
$R = \alpha \cap r$ $\quad R' = \alpha \cap r'$



abuso di notazione
$\{R\} = \alpha \cap r$
ecc.