

◆ Lezioni sulla prospettiva

Lezione
XXIX



MATEMATICHE
COMPLEMENTARI II

Prof. Marco SPERA
UCSC Brescia

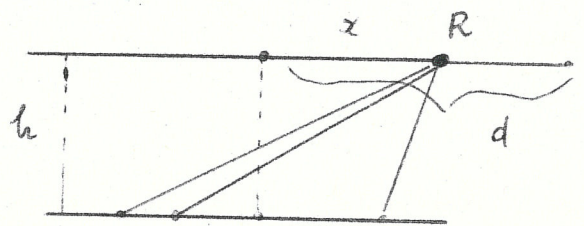
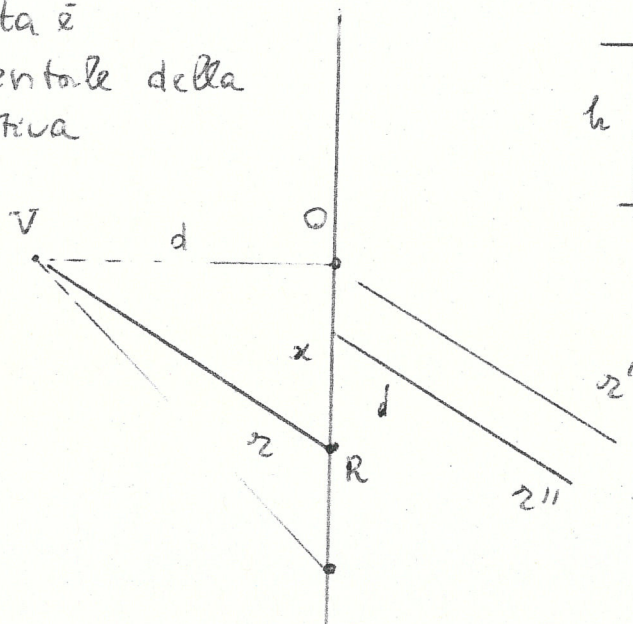
Nelle pagine successive sono illustrati vari esempi delle classiche costruzioni prospettiche (Leon Battista Alberti, Piero della Francesca, Guidobaldo del Monte, cf. anche l'"Optica" di Euclide) atte a ricostruire razionalmente la nostra effettiva percezione dello spazio (prospettiva lineare, o conica).

Ciò che vediamo appare su un quadro su cui è tracciato, all'altezza dell'occhio dell'osservatore (visione monoculare), l'orizzonte.

I punti di quest'ultima retta sono in corrispondenza biunivoca con le direzioni delle rette del geometrico (terza) non parallele al quadro.

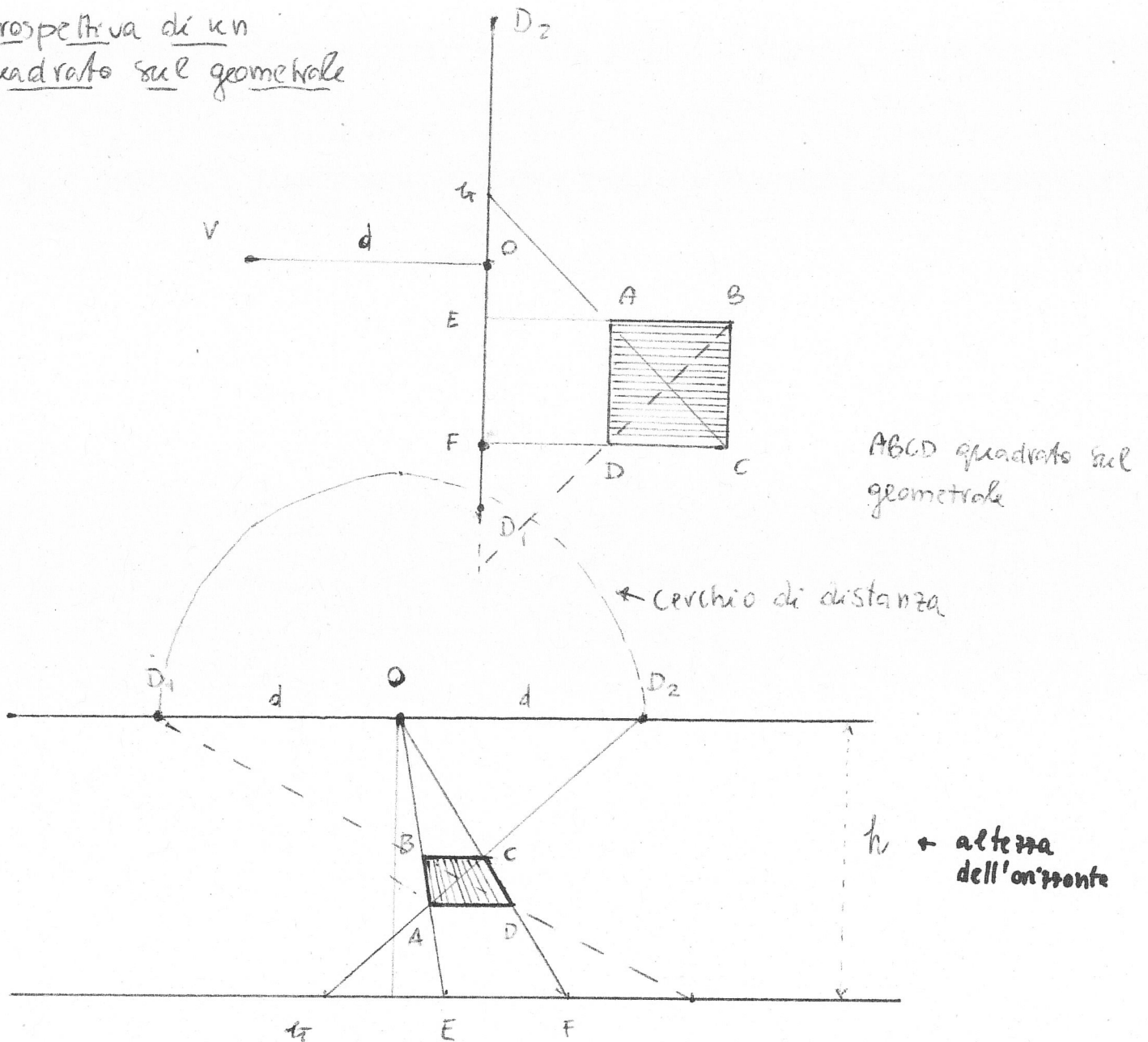
In sintesi, questa è l'idea fondamentale della geometria proiettiva

(Desargues,
Pascal,
Poncelet...)



R: pto di fuga
relativo alla
direz.ione
di z

Prospettiva di un
quadrato sul geometrico



prospettiva (con l'uso dei punti di distanza (*)
ne basta uno.)

(*)

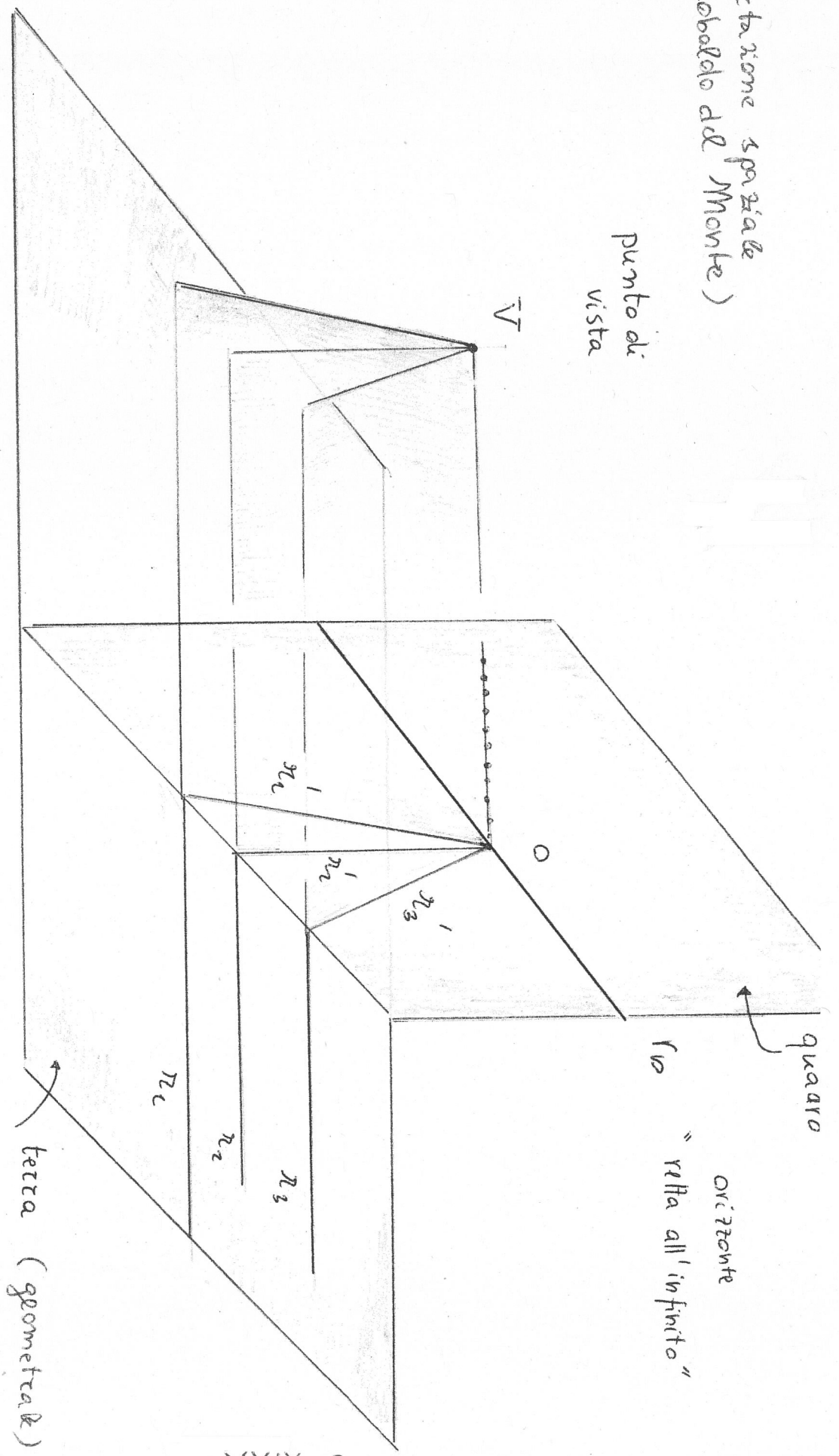
D_1, D_2 : punti di distanza \equiv pi di fuga delle rette
inclinate di $\frac{\pi}{4}$ rispetto al quadro

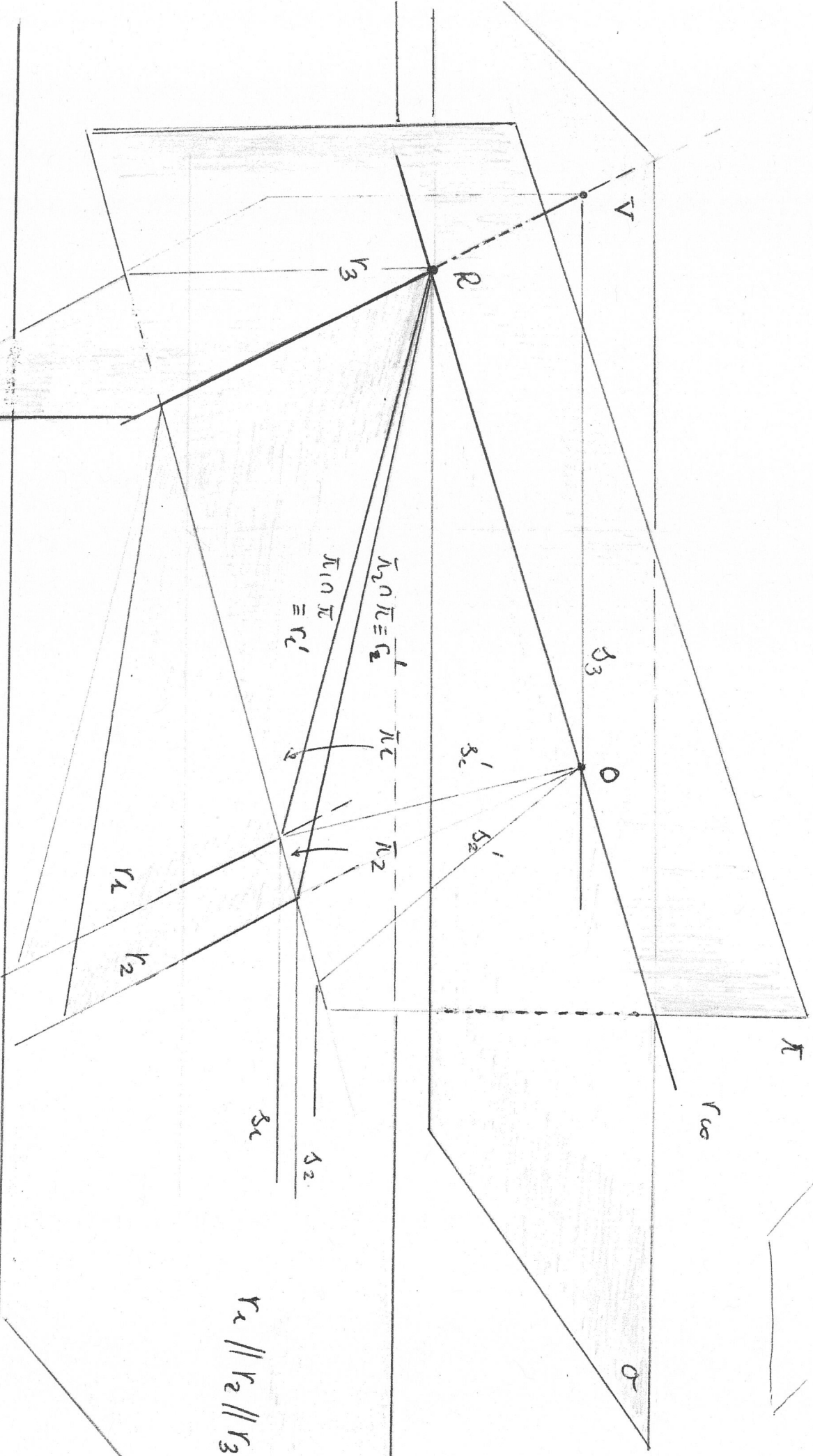
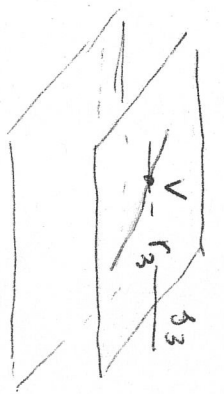
$$E \quad d = OD_1 = OD_2 = VO$$

↓
distanza dell'osservatore
dal quadro

interpretazione spaziale
 (quadrilatero del Monte)

punto di
 vista



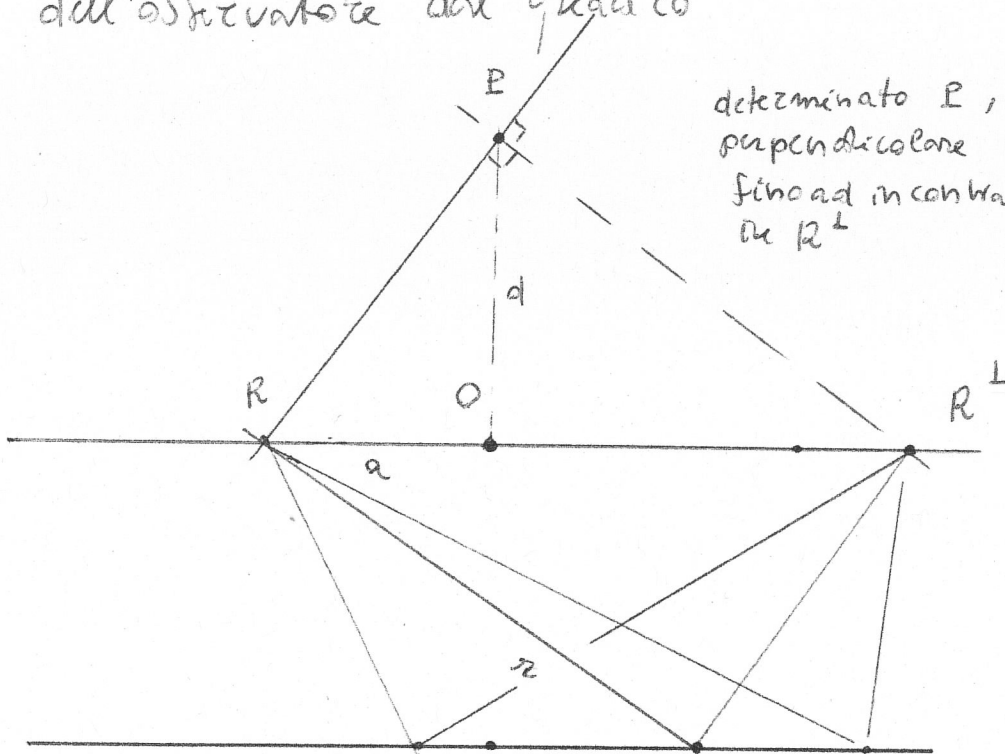


$$r_1 \parallel r_2 \parallel r_3$$

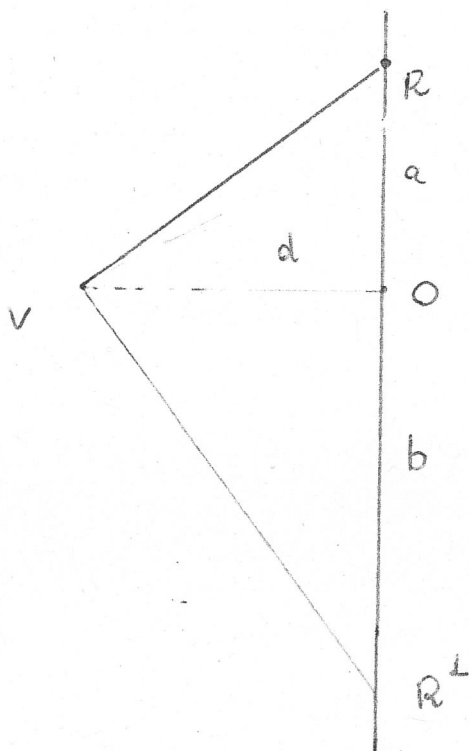
Risolviamo, a titolo di esercizio, il seguente

problema:

" Dato il pto di fuga R di una retta π sul
geometrico (e dunque delle rette ad essa parallele),
determinare il pto di fuga R^\perp delle rette
ad essa perpendicolari, fissata la distanza d
dell'osservatore dal quadro



determinato P , si tracci la
perpendicolare a RP in P ,
fino ad incontrare la retta d'orizzonti
di R^\perp

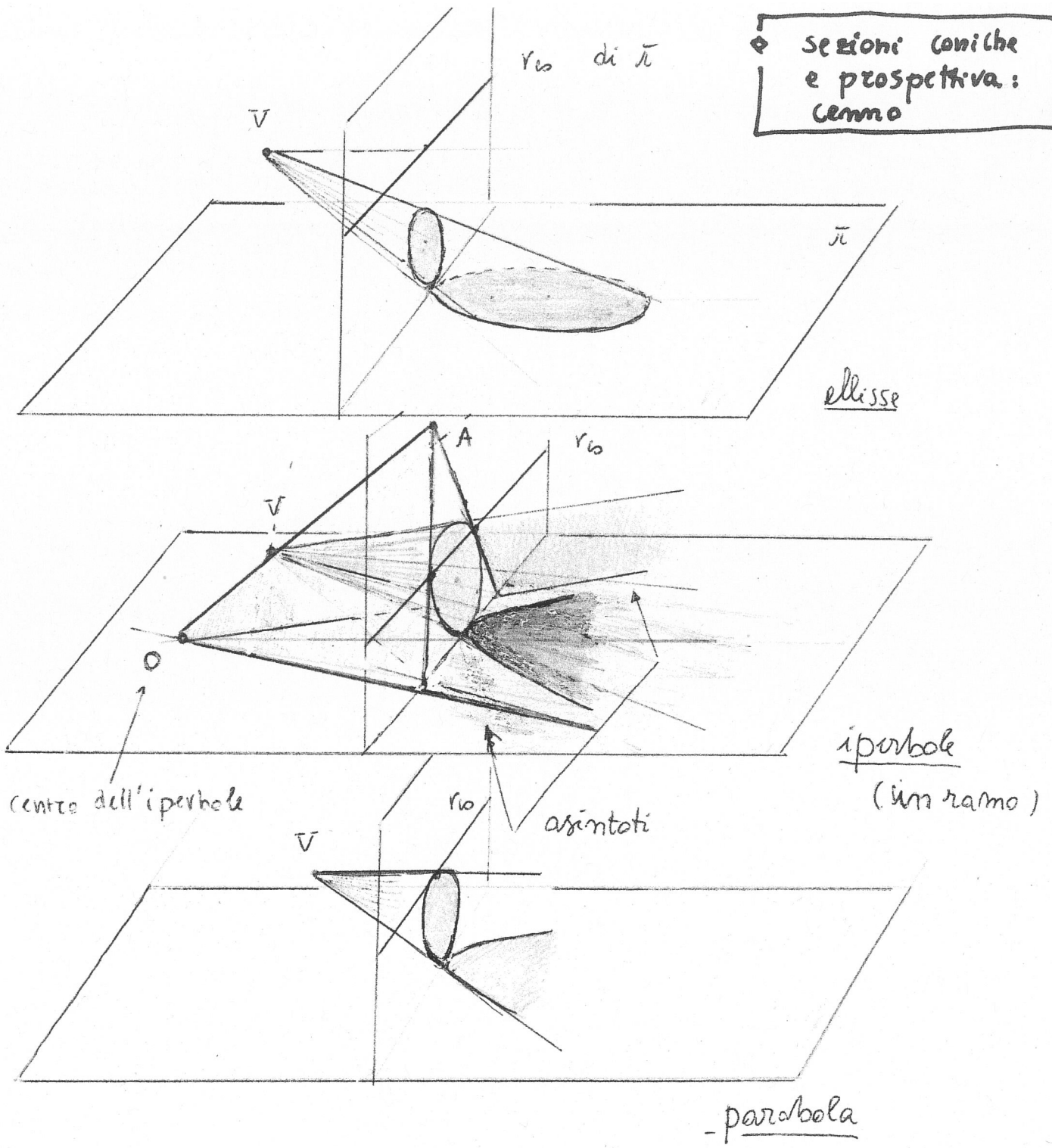


$$ab = d^2$$

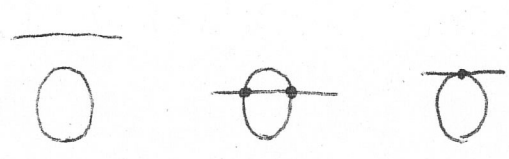
(2° teorema di Euclide)

$$\Rightarrow b = \frac{d^2}{a}$$

Sezioni coniche e prospettiva: cenno



La natura della proiezione di una conica fissata dipende dal "punto di vista", ovvero dal tipo di intersezione con l'orizzonte π_{10}



Del punto di vista "proiettivo" (ovvero... presamando da V) c'è un solo tipo di conica.

Commento

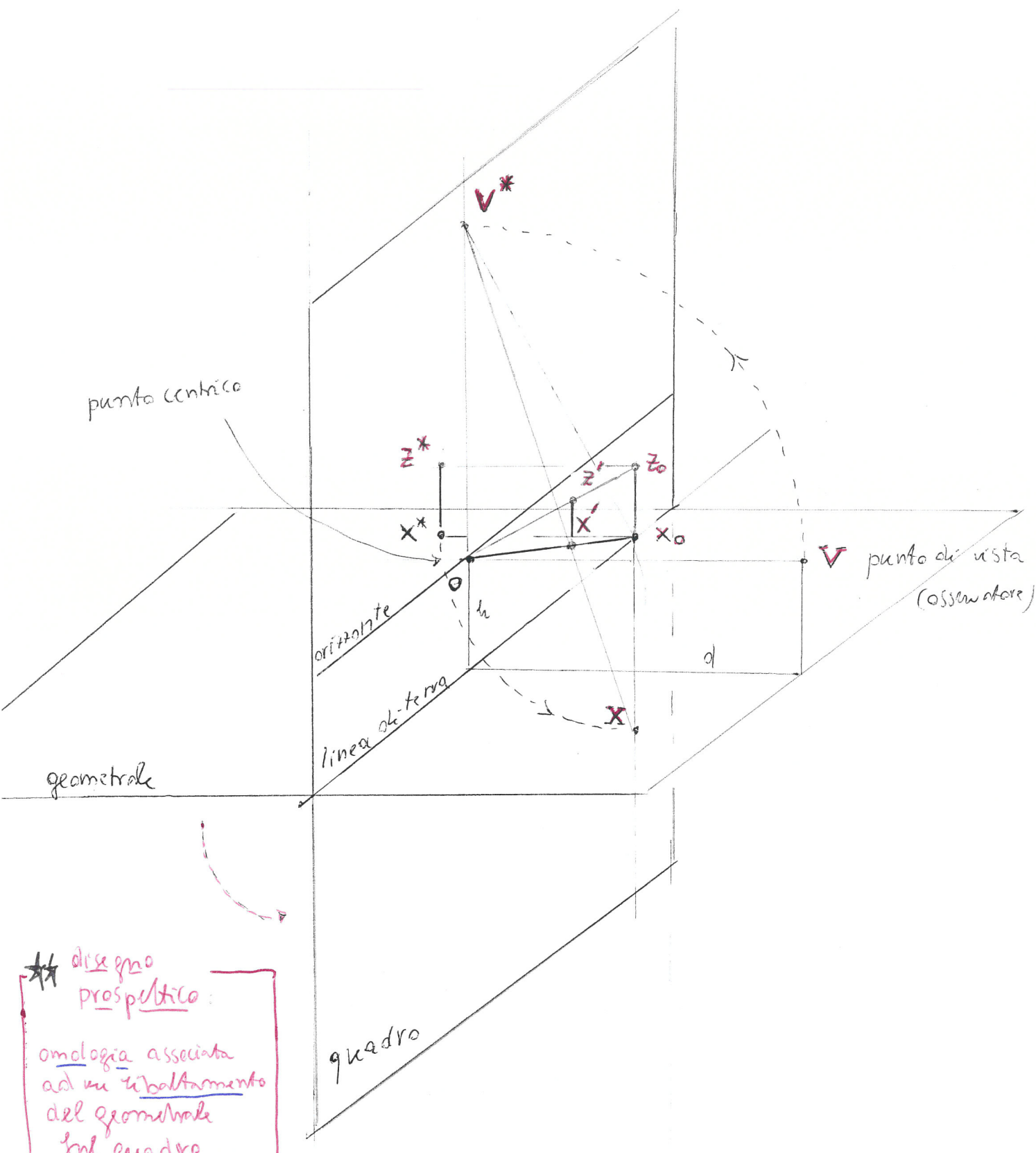
Nel caso dell'iperbole, i punti della circonferenza sul quadrato al di sopra dell'orizzonte danno i punti dell'altro ramo.

Se l'orizzonte divide tale circonferenza a metà (ovunque lungo un diametro),

il centro dell'iperbole è il piede della perpendicolare condotta dal punto

di vista sul geometrico. Verificare.

Si posizioni V in modo da ottenere un'iperbole equilatera (ovvero, con asintoti perpendicolari tra loro)

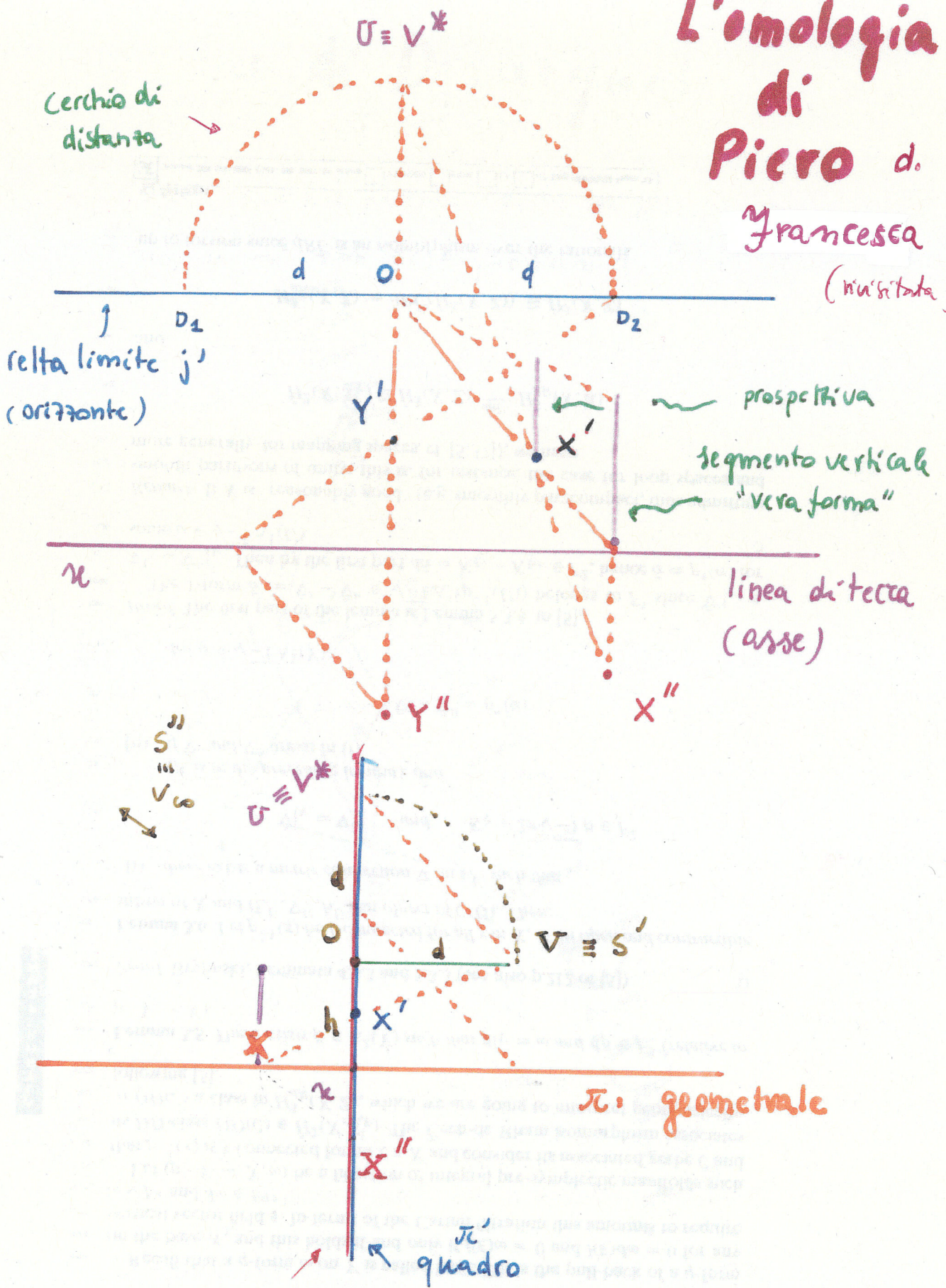


** disegno
 prospettico:
 omologia associata
 ad un ribaltamento
 del geometrico
 sul quadro

L'omologia di Piero d.

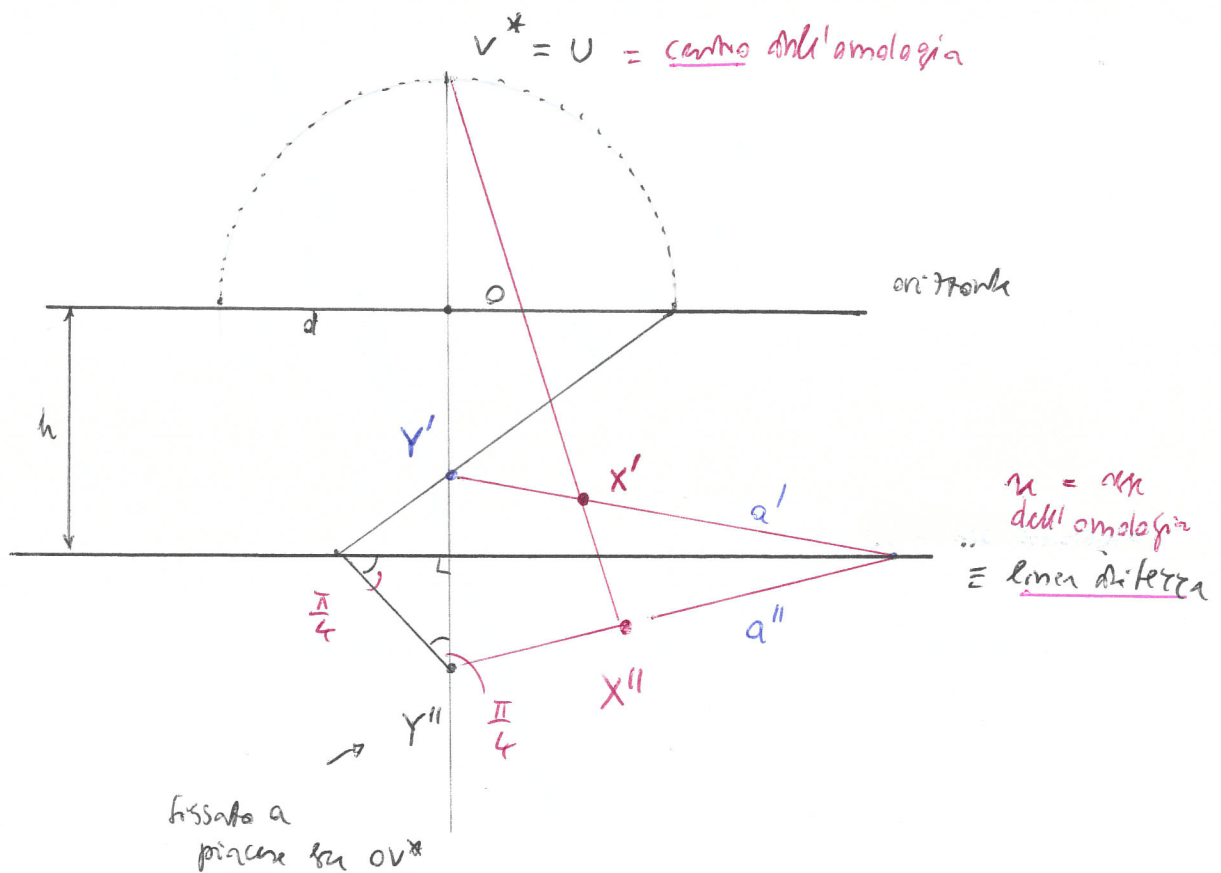
Francesca

(nata)



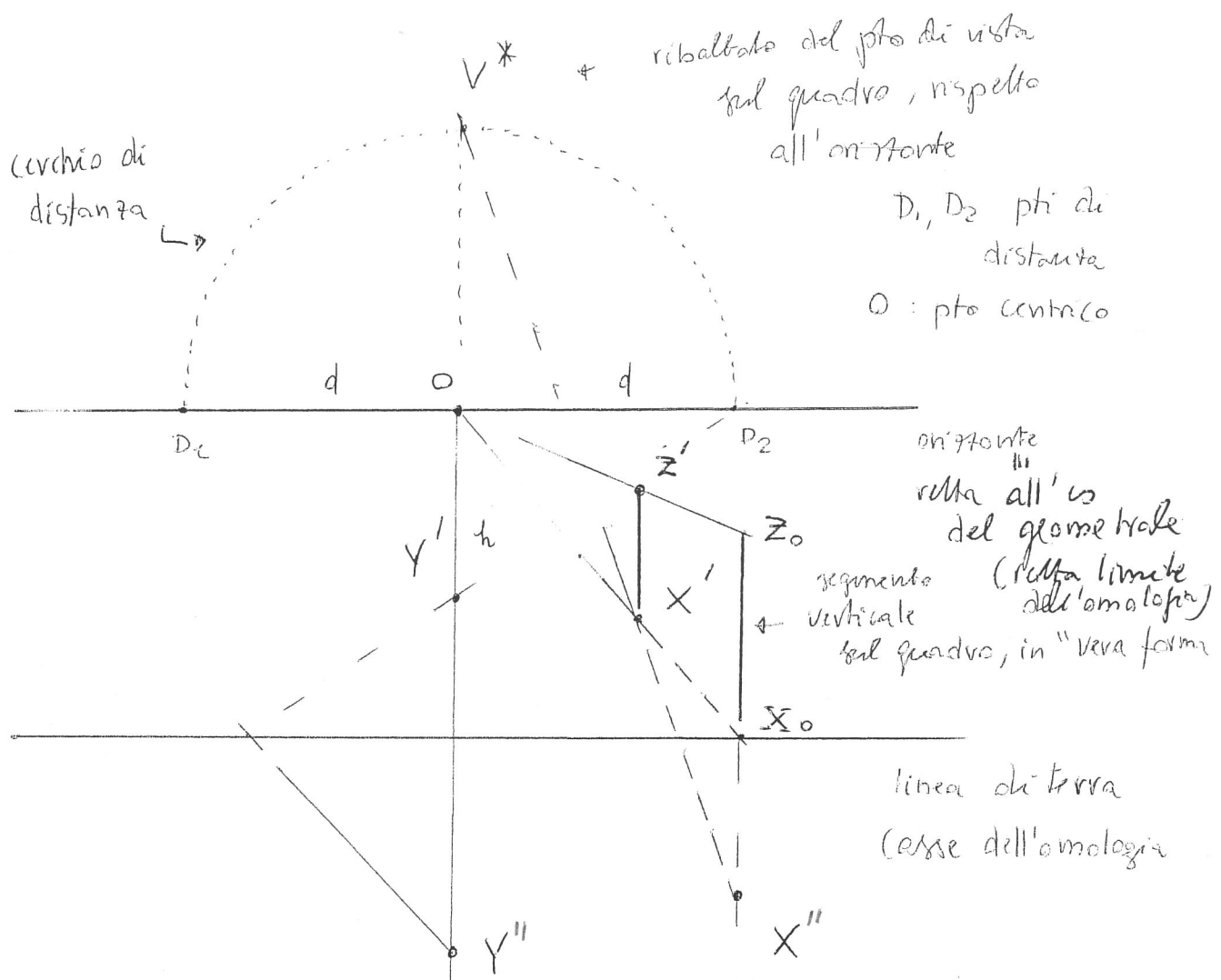
π'' ribaltato del geometricale sul quadro

In estrema sintesi:



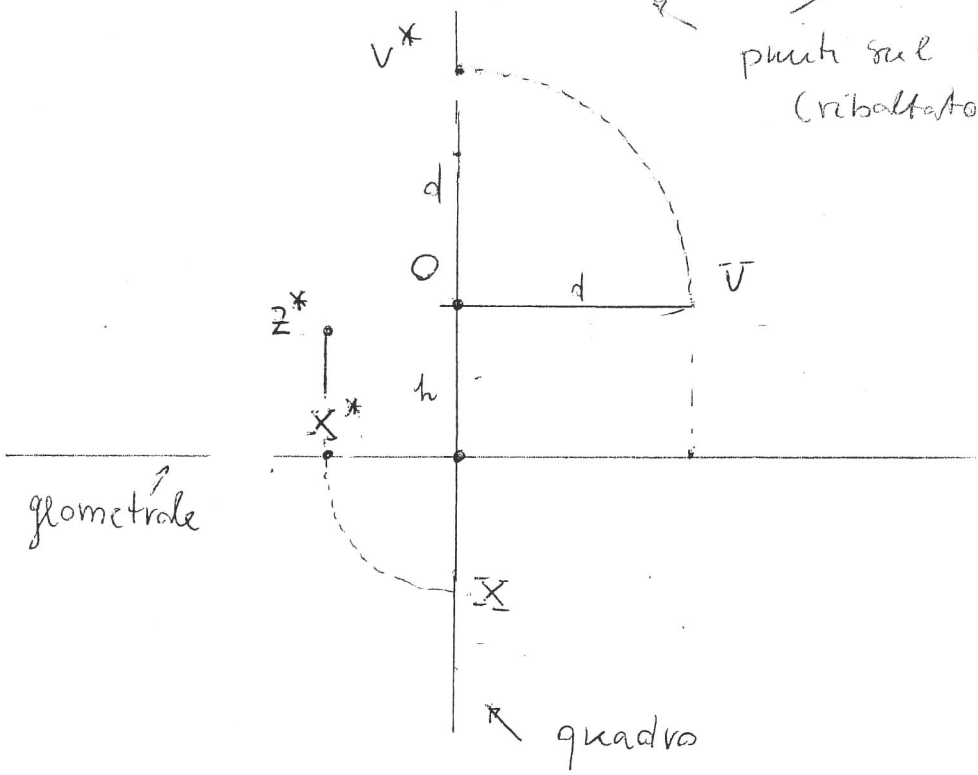
dati: distanza dell'osservatore dal quadro (verticale). d
lato centrale O , orizzonte (altezza dell'osservatore = h)

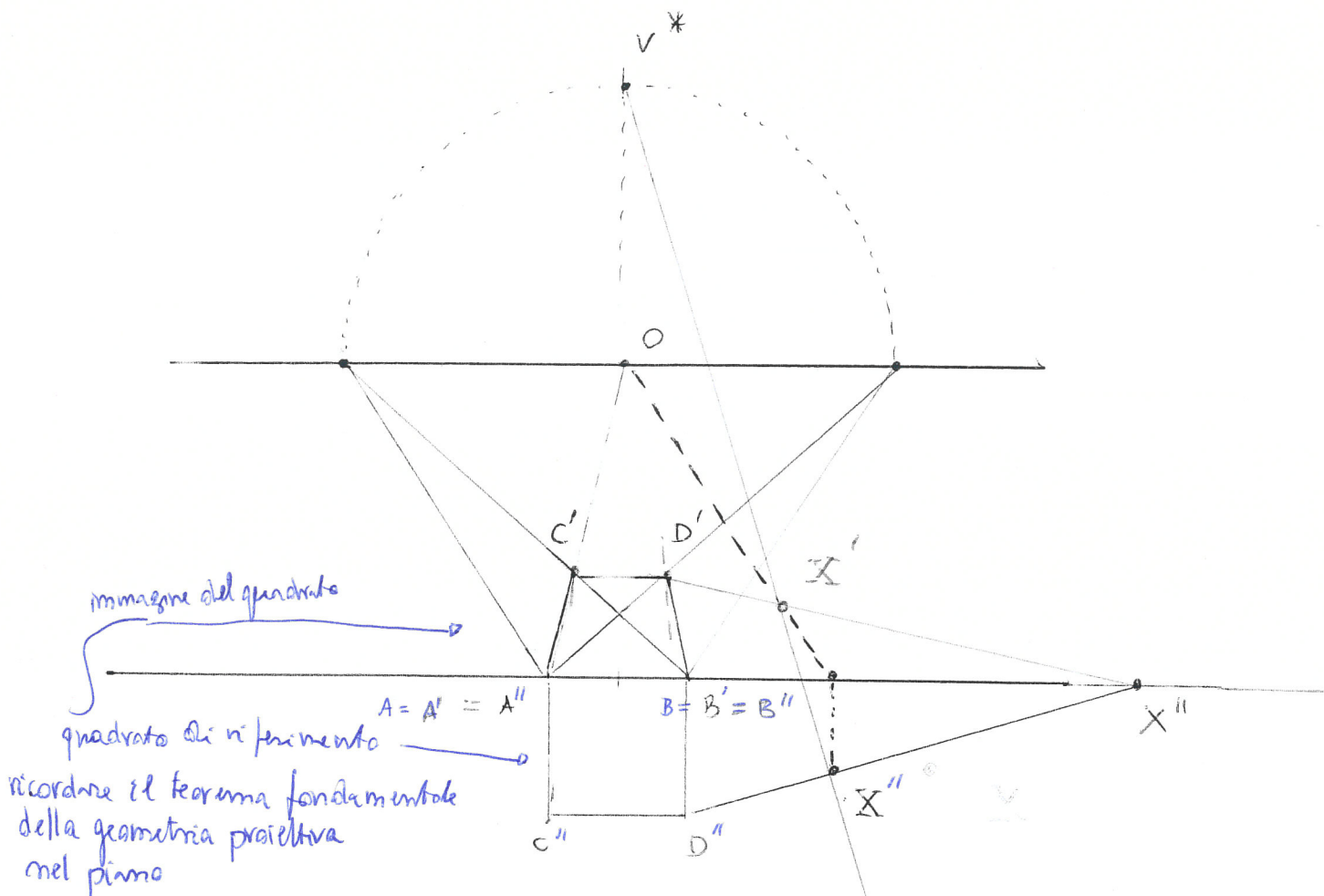
la prospettiva di una figura data in vera forma sul piano π'' , ribaltata del geometrico σ sul quadro π' si ottiene facilmente a partire dalle proprietà generali di un'omologia (gli corrispondenti allineati col centro, rette corrispondenti intersecantesi sull'asse)



ribaltato del pto di vista sul quadro, rispetto all'orizzonte

ptuti sul geometrico (ribaltato sul quadro)

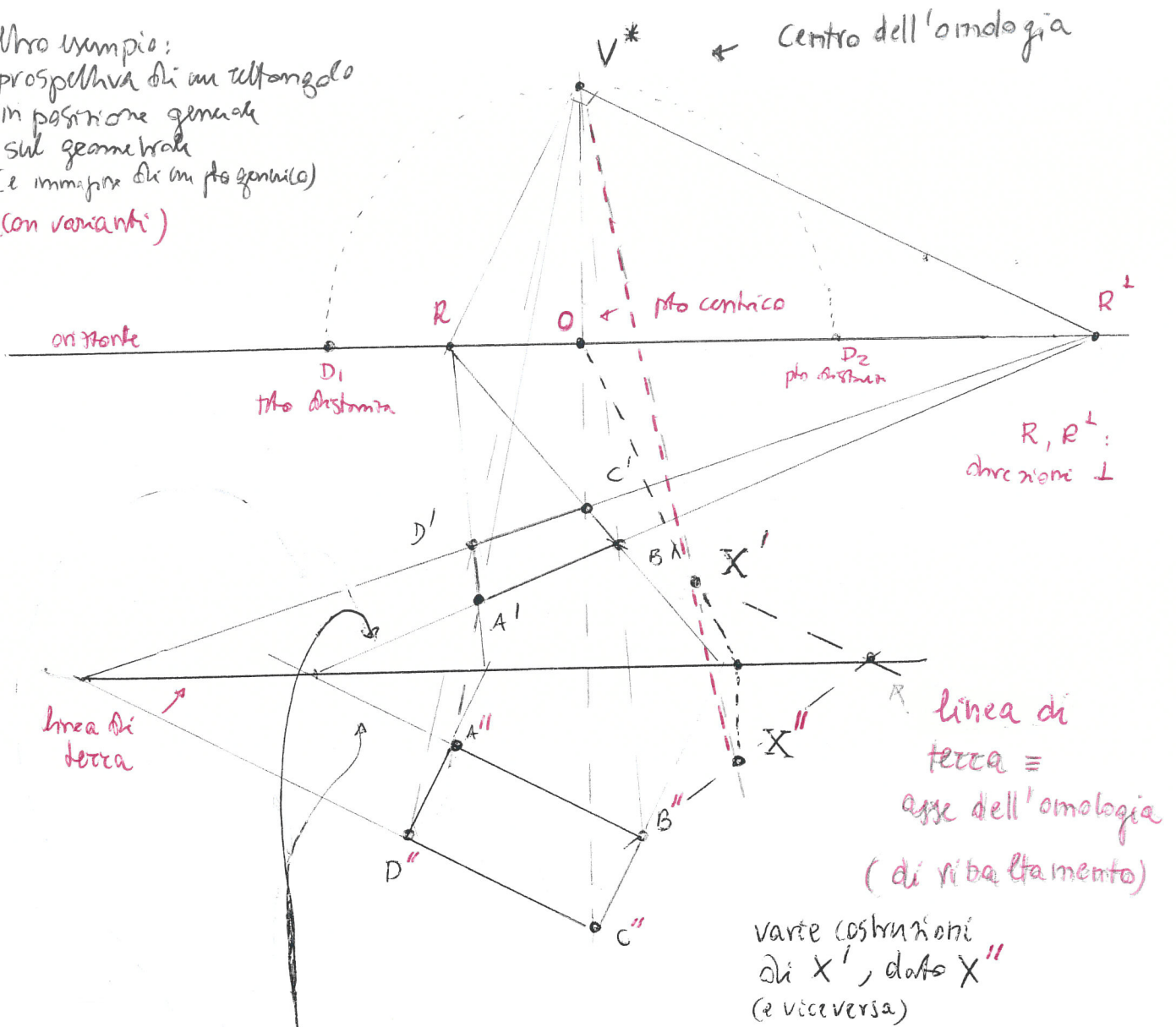




costruzione dell'immagine di X (X'): si prenda ad esempio la retta DX e la si intersechi con la linea di terra, ottenendo X''. Si congiunga X'' con D', e X con V*. Il punto di intersezione di D'X'' e XV* è X'.

Oppure, si tracci da X la \perp alla linea di terra, si congiunga con O; la volta VX incontra quest'ultima in X'.

Altro esempio:
 prospettiva di un rettangolo
 in posizione generale
 sul geometrico
 (e immagine di un pto generico)
 (con varianti)



pti corrispondenti sono allineati
 con V^* ; rette corrispondenti si incontrano
 sull'asse

varie costruzioni
 di X' , dato X''
 (e viceversa)