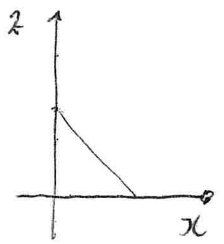
GEOMETRIA II

Prof. M. Spera, UCSC Brescia

Prova scritta del 17 gennaio 2019



(1) Si determini la superficie di rotazione Σ ottenuta dalla retta $z = 1 - x$ (nel piano xz) $x \in (0,1)$ attorno all'asse z. Calcolarne, in un punto generico, le curvature principali e la curvatura gaussiana

(2) Sia data la superficie Riemanniana astratta

$$\left(\Sigma = \mathbb{R} \times (-\pi, \pi) \, , \quad g = e^{2x} dx^2 + \cos^2 y \, dy^2 \right)$$

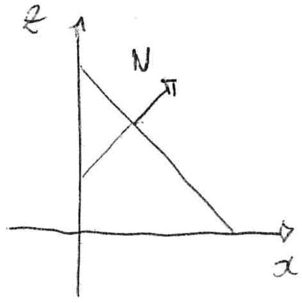
se ne determinino la curvatura gaussiana e le relative geodetiche

Tempo a disposizione: 1h 30m

Le risposte vanno adeguatamente giustificate

Geometria II
17/1/19

(1)



$z = 1 - x$

$x \in (0,1)$

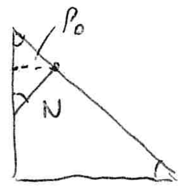
sup. di rotazione (cono circolare retto)

$$\begin{cases} x = \rho\cos\varphi \\ y = \rho\sin\varphi \\ z = 1-\rho \end{cases}$$

Calcolare in un pto generico le curvature principali e la curvatura gaussiana

$k_1 = 0$ (curv. meridiano) $k_2 =$ curv. norm parallelo

parallelo qui $\begin{cases} x = \rho_0\cos\varphi \\ y = \rho_0\sin\varphi \\ z = 1-\rho_0 \end{cases}$



Dalla geometria del problema si ha subito

$N_0 = \sqrt{2}\,\rho_0$ $\qquad k_2 = -\sqrt{2}\,\rho_0$ $\qquad K = 0$

(2) $\quad g = e^{2x}dx^2 + \cos^2 y\, dy^2$

geodetiche di g: un calcolo diretto mostra che $K = 0$

$\Rightarrow$ (Minding) $\Sigma \underset{loc}{\cong}$ piano

si ha: $\quad g = (e^x dx)^2 + (\cos y\, dy)^2 = (d\,e^x)^2 + (d\sin y)^2$

$\equiv d\xi^2 + d\eta^2$

con $\xi = e^x \qquad \eta = \sin y$

Le geod. sono della forma $A\xi + B\eta + C = 0 \quad (A,B) \neq (0,0)$

ovvero $A e^x + B\sin y + C = 0$