TOPOLOGIA E GEOMETRIA DIFFERENZIALE

(vecchio programma)

Prof. M. Spera

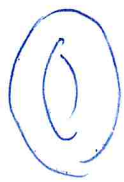
Prova scritta del 7 giugno 2019

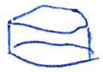
1. In $\mathbb{R}^3$ siano dati $X = f(x)\frac{\partial}{\partial x}$, $Y = g(y)\frac{\partial}{\partial y}$, $f > 0$ $g > 0$. Calcolare $[X, Y]$.
Si dica se $\Delta = \langle X, Y \rangle$ è integrabile e nel caso se ne determinino le sottovarietà integrali.

2. Calcolare l'omologia di $\mathbb{R}\mathbb{P}^2$

3. Determinare $H^*(M)$ con $M = \Sigma_1 \setminus \{pt\}$

Sugg: Si usi Mayer-Vietoris con $M = V$ 

$U =$  sicché $U \cup V =$  $= \Sigma_1$

$U \cap V =$ 

Tempo a disposizione: 1h

Le risposte vanno adeguatamente giustificate

Sol.

Topogeo old
7/6/19

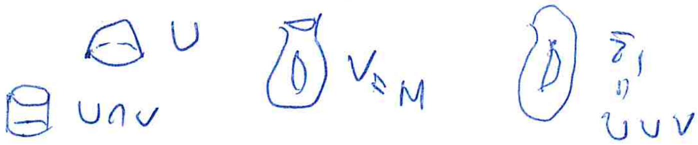
① $[X,Y]=0$ $\qquad \Delta$ è integrabile

e $\quad z=c \quad$ ne costituiscono le sottovarietà integrali

② Vedi note del corso

③ $H^0(M) = \mathbb{R}$ (connessa)
$\quad\; H^2(M) = 0$ (orient, non compatta).

Per H^1 usiamo MV:



$$0 \to \overset{\mathbb{R}}{H^0(U \cup V)} \to \overset{\mathbb{R}}{H^0(U)} \oplus \overset{\mathbb{R}}{H^0(V)} \to \overset{\mathbb{R}}{H^0(U \cap V)}$$

$$C_\delta \quad \overset{\mathbb{R}^2}{H^1(U \cup V)} \to \overset{0}{H^1(U)} \oplus \overset{x}{H^1(V)} \to \overset{\mathbb{R}}{H^1(U \cap V)}$$

$$C_\delta \quad \overset{\mathbb{R}}{H^2(U \cup V)} \to \overset{0}{H^2(U)} \oplus \overset{0}{H^2(V)} \to \overset{0}{H^2(U \cap V)} \to 0$$

$$2 - x + 1 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \quad x = 2 \qquad\qquad H^1(M) \cong \mathbb{R}^2$$